

선형 위상배열 안테나에서 빔 오정렬 시 최적 활성 안테나 개수 유도

정현진, 박영미*, 김선우

한양대학교, *국방과학연구소

{hyeonjingoo, remero}@hanyang.ac.kr, *ympark@add.re.kr

Deriving an Optimal Number of Active Antennas in Phased Linear Array under Beam Misalignment

Chung Hyeonjin, Youngmi Park*, Kim Sunwoo

Hanyang Univ., *Agency for Defense Development

요약

본 논문에서는 빔 오정렬 발생 시 SNR (signal-to-noise ratio)을 최대화 시키는 활성 안테나 개수의 수식을 제시한다. 수신 빔 포밍 사용 시 직선 경로 신호와 가우시안 노이즈가 존재하는 채널에서의 SNR은 빔 조향 방향, 신호의 도래각 및 활성 안테나 개수에 따라 변화한다. 만약 빔 조향 방향이 신호의 도래각과 일치하지 않을 경우 SNR을 최대화하는 특정한 활성 안테나 개수가 존재하는데, 본 논문에서는 DTFT (discrete time Fourier transform)을 사용하여 빔 오정렬 시 SNR을 최대화하는 활성화 안테나 개수의 수식을 도출한다. 또한 활성 안테나 수와 빔 폭 간의 관계를 통해 최적 안테나 개수 도출 수식의 직관적인 해석을 제시한다.

I. 서론

위상배열 안테나에서 빔 포밍을 통해 특정 방향에서의 신호 이득을 늘려 SNR (signal-to-noise ratio)을 증가시키는 방법은 항재밍 시스템, 이동통신 등 다양한 분야에 적용되었다 [1]. 빔 포밍을 통한 SNR 이득을 최대 높이기 위해서는 신호의 방향과 빔 조향방향이 정확히 일치해야 하지만 실제로는 크고 작은 빔 오정렬이 발생하는 경우가 빈번하다. 본 논문에서는 선형 위상배열 안테나를 사용할 때 수신 빔 오정렬 발생 시 SNR을 최대화하는 최적 활성 안테나 개수를 유도하고 빔 폭과 유도 수식 간의 상관관계를 제시한다.

II. 본론

총 M_0 개의 안테나로 구성된 등간격 선형 위상배열 안테나를 사용할 시 조향벡터 $\mathbf{a}(\phi, M)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{a}(\phi, M) = [1, e^{j(2\pi/\lambda)d\cos\phi}, \dots, e^{j(2\pi/\lambda)d(M-1)\cos\phi}]^T, \quad (1)$$

여기서 ϕ , M , λ , d 은 신호의 입사각, 활성화 된 안테나의 개수, 신호의 파장, 인접한 안테나 간의 거리를 의미하며 $d = \lambda/2$ 이다. 안테나의 활성화 및 비활성화는 그림 1과 같이 진행되며 활성화 된 안테나로는 신호를 수신하지만 비활성화 된 안테나로는 신호를 수신하지 않는다. 활성화 된 안테나의 개수는 M_0 를 초과할 수 없으며 안테나 간의 일정한 간격을 유지하기 위해 그림 1과 같이 배열 끝단만 비활성화시킨다.

직선 경로 신호만 존재할 때의 채널 모델은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{h} = \alpha \mathbf{a}(\phi, M) \in C^{M \times 1}, \quad (2)$$

여기서 α 는 신호의 복소 채널 이득이며 임의의 크기와 위상을 가진다. 위상배열 안테나에서 수신 빔 포밍을 사용하고 채널이 시변하지 않을 때의 수신 신호 $r(t)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} r(t) &= \mathbf{w}(\hat{\phi}, M)^H \{ \mathbf{h} s(t) + \mathbf{n}(t) \} \\ &= \mathbf{w}(\hat{\phi}, M)^H \mathbf{a}(\phi, M) s(t) + \mathbf{w}(\hat{\phi}, M)^H \mathbf{n}(t), \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{w}(\hat{\phi}, M)$ 는 M 개의 안테나가 활성화 되었을 때 $\hat{\phi}$ 로 조향하는

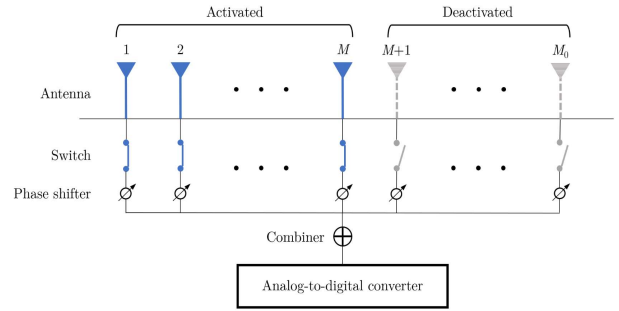


그림 1. 안테나 활성화 및 비활성화 모식도.

수신 빔 포밍 벡터로써 위상 천이기로만 구성된 위상배열 안테나를 사용할 시 $\mathbf{w}(\hat{\phi}, M)$ 는 $\mathbf{a}(\hat{\phi}, M)$ 와 같다. $s(t)$ 는 세기가 P 인 송신 신호이다. $\mathbf{n}(t)$ 는 M 개 안테나에서의 노이즈이며 평균은 0, 분산은 σ^2 인 다변수 circularly-symmetric 복소 가우시안 분포를 따른다. 위상배열 안테나에서 수신 빔 포밍을 사용할 때의 SNR γ 는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{E[|\alpha \mathbf{w}^H \mathbf{a} s(t)|^2]}{E[|\mathbf{w}^H \mathbf{n}(t)|^2]} = \frac{|\alpha|^2 P}{\sigma^2} \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{a} \mathbf{a}^H \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{w}} \\ &= \frac{|\alpha|^2 P}{\sigma^2} \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{a}|^2}{M} = \frac{|\alpha|^2 P}{\sigma^2} \left| \sum_{m=0}^{M-1} \frac{e^{-j m \pi (\cos \hat{\phi} - \cos \phi)}}{\sqrt{M}} \right|^2, \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\mathbf{w}(\hat{\phi}, M)$ 과 $\mathbf{a}(\phi, M)$ 는 각각 \mathbf{w} 와 \mathbf{a} 로 축약하였으며 α , P , σ^2 , ϕ 와 같은 상수를 제외하면 γ 는 $\hat{\phi}$ 와 M 에 따라 변한다. γ 는 $\hat{\phi}$ 가 ϕ 에 근접할수록 증가하는데 이는 빔이 신호 방향으로 잘 정렬되었음을 의미한다. 만약 빔의 정렬이 완벽하여 $\hat{\phi} = \phi$ 일 때, $\gamma = |\alpha|^2 P M / \sigma^2$ 이며 γ 는 M 에 정비례한다. 하지만 실제로는 크고 작은 빔 오정렬이 빈번하게 발생하기 때문에 빔의 조향방향과 신호의 입사각이 정확히 일치하지 않는다. 그림 2는 $|\alpha|^2 = 1$, $P = 1$, $\sigma^2 = 0.1$, $\hat{\phi} = 90^\circ$ 이고 ϕ 가 $91^\circ, 93^\circ, 95^\circ$ 일 때 M 에 따른 γ 를 나타낸다. 그림 2는 $\hat{\phi} \neq \phi$ 일 때 γ 이 M 에 무조건적으로 비례하는 것은 아니며

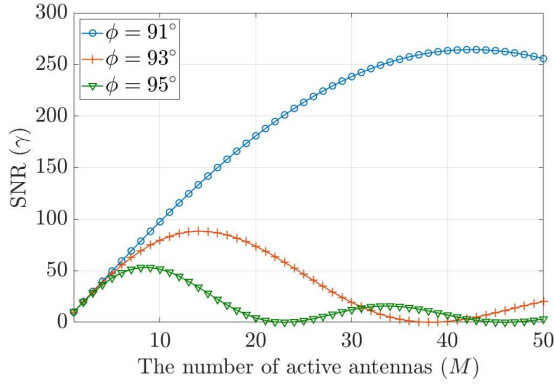


그림 2. 빔 오정렬 발생 시 활성 안테나 개수에 따른 SNR.

γ 를 최대화하는 최적의 M 이 존재함을 보여준다.

식 (4)에서 α , P , σ^2 와 같은 상수를 제외했을 때 γ 를 최대화하는 최적의 안테나 개수 \hat{M} 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{M} = \underset{M}{\operatorname{argmax}} \frac{|\mathbf{w}(\hat{\phi}, M)^H \mathbf{a}(\phi, M)|}{\sqrt{M}}, \text{ s.t. } 0 < M \leq M_0, \quad (5)$$

여기서 식 (5)의 목적함수는 다음과 같이 DTFT (discrete time Fourier transform) 꼴로써 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{|\mathbf{w}(\hat{\phi}, M)^H \mathbf{a}(\phi, M)|}{\sqrt{M}} &= \left| \frac{\sum_{m=0}^{M-1} e^{-jm\pi(\cos\hat{\phi}-\cos\phi)}}{\sqrt{M}} \right| \\ &= \left| \frac{\sum_{m=0}^{M-1} e^{-j\Omega m}}{\sqrt{M}} \right|, \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $\Omega = \pi(\cos\hat{\phi} - \cos\phi)$ 이다. 식 (6)의 우항을 DTFT를 사용하여 변환하면 다음과 같이 나타낼 수 있다 [2].

$$\begin{aligned} \left| \frac{\sum_{m=0}^{M-1} e^{-j\Omega m}}{\sqrt{M}} \right| &= \left| \frac{\sin(M\Omega/2)}{\sqrt{M}\sin(\Omega/2)} \right| \\ &= \left| \frac{\sin(\pi M(\cos\hat{\phi} - \cos\phi)/2)}{\sqrt{M}\sin(\pi(\cos\hat{\phi} - \cos\phi)/2)} \right|, \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)의 결과를 이용하면 \hat{M} 을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{M} = \underset{M}{\operatorname{argmax}} \left| \frac{\sin(\pi M(\cos\hat{\phi} - \cos\phi)/2)}{\sqrt{M}\sin(\pi(\cos\hat{\phi} - \cos\phi)/2)} \right|, \text{ s.t. } 0 < M \leq M_0, \quad (8)$$

여기서 식 (8)의 목적함수의 최대점이 곧 \hat{M} 이다. 식 (8)의 목적함수를 $c(M)$ 라고 할 때 $c(M)$ 의 극점은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dc(M)}{dM} &= \\ \frac{1}{\sin(\Omega/2)} \left\{ \frac{\Omega \cos(M\Omega/2)}{2\sqrt{M}} - \frac{\sin(M\Omega/2)}{2(\sqrt{M})^3} \right\} &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)를 만족하는 M 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tan\left(\frac{\pi(\cos\hat{\phi} - \cos\phi)}{2}M\right) = \pi(\cos\hat{\phi} - \cos\phi)M, \quad (10)$$

여기서 식 (10)을 만족하는 M 은 Newton-Raphson 방법을 통해 구할 수 있으며 이중 $c(M)$ 을 최대화시키는 M 은 다음과 같다.

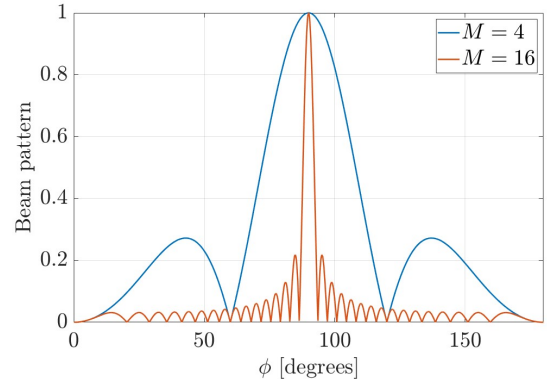


그림 3. $\hat{\phi} = 90^\circ$ 이고 M 이 4, 16 일 때의 빔 방사 패턴.

$$\frac{\pi(\cos\hat{\phi} - \cos\phi)}{2}M = \pm 1.165. \quad (11)$$

이 때 안테나 개수는 항상 양의 정수이기 때문에 \hat{M} 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{M} = \left\lceil \frac{2.330}{\pi|\cos\hat{\phi} - \cos\phi|} \right\rceil, \quad (12)$$

여기서 $\lceil (\cdot) \rceil$ 은 반올림을 의미한다.

식 (12)으로부터 SNR을 최대화하는 활성 안테나 개수 \hat{M} 은 $\hat{\phi}$ 와 ϕ 의 차이가 클수록 작아지는 것을 알 수 있는데 이와 같은 현상은 빔 폭과 M 의 연관성을 통해 직관적으로 이해할 수 있다 [3]. $\hat{\phi}$ 와 ϕ 의 차이가 큰 상황에서 높은 SNR을 유지하기 위해서는 ϕ 가 빔의 주엽에 포함되어야 하는데, 이 경우 보다 넓은 빔 폭을 필요로 한다. 빔 폭은 그림 3과 같이 M 에 반비례하므로 $\hat{\phi}$ 와 ϕ 의 차이가 커질 때 \hat{M} 이 작아지는 것은 ϕ 가 빔의 주엽 안에 포함될 수 있도록 빔 폭을 늘리는 것으로 해석할 수 있다.

III. 결론

본 논문에서는 선형 위상배열 안테나로 수신 빔 포밍을 수행할 때 빔 오정렬이 발생한 경우 SNR을 최대화시키는 최적의 안테나 개수를 유도하였다. 또한 활성 안테나 개수와 빔 폭 간의 상관관계를 통해 유도한 최적 안테나 개수의 직관적인 해석을 제시하였다.

ACKNOWLEDGMENT

이 연구는 방위사업청 및 국방과학연구소의 재원에 의해 설립된 신호정보 특화연구센터 사업의 지원을 받아 수행되었음.

참 고 문 헌

- [1] W. Roh *et al.*, "Millimeter-wave beamforming as an enabling technology for 5G cellular communications: theoretical feasibility and prototype results," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 52, pp. 106 - 113, Feb. 2014.
- [2] A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, *Digital Signal Processing*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1975.
- [3] H. L. V. Trees, *Optimum Array Processing: Detection, Estimation, and Modulation Theory*. New York: Wiley, 2002.